

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. a) Sexan C_1, C_2, C_3 as columnas primeira, segunda e terceira, respectivamente, dunha matriz cadrada M de orde 3 con $\det(M) = 4$. Calcula, enunciando as propiedades de determinantes que utilices, o determinante da matriz cuxas columnas primeira, segunda e terceira son, respectivamente, $-C_2, 2C_1 - C_3, C_2 + C_3$
- b) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcula todos os valores de a e b para os que $A^{-1} = A^t$, sendo A^t a matriz trasposta de A .
2. a) ¿Son coplanarios os puntos $A(1,0,2), B(0, -1,1), C(-1, -2,0)$ e $D(0,2,2)$? Se existe, calcula a ecuación do plano que os contén.
b) Calcula a ecuación xeral e as ecuacións paramétricas do plano que é perpendicular ao plano $\alpha: 2x + y - 3z + 4 = 0$ e contén a recta que pasa polos puntos $P(-1,1,2)$ e $Q(2,3,6)$.
3. a) Enuncia o teorema de Rolle. Calcula o valor de k para que a función $f(x) = x^3 - kx + 10$ cumpla as hipóteses do teorema de Rolle no intervalo $[-2,0]$ e para ese valor determina un punto do intervalo no que se anule a derivada de $f(x)$.
b) Calcula o dominio e os intervalos de crecemento e decrecemento da función $g(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$ (Nota: \ln =logaritmo neperiano).
4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica da parábola $f(x) = x^2 - 2x + 1$, a súa recta tanxente no punto $(3,4)$ e o eixo OX (Nota: para o debuxo da gráfica da parábola, indica os puntos de corte cos eixos, o vértice e concavidade ou convexidade).

OPCIÓN B

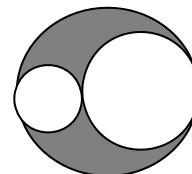
1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m , o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{aligned} mx - 2y + 2z &= 1 \\ 2x + my + z &= 2 \\ x + 3y - z &= m \end{aligned}$$
- b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso $m = 1$.
2. a) Calcula a ecuación do plano que pasa polo punto $P(1,2, -3)$ e é perpendicular á recta

$$r: \begin{cases} 2x + y + 2 = 0 \\ 3x - z + 1 = 0 \end{cases}$$

b) Calcula a distancia d do punto $Q(-1,0, -2)$ ao plano $\beta: x - 2y + 3z + 12 = 0$. Calcula, se existe, outro punto da recta r que tamén diste d do plano β .

3. Nunha circunferencia de radio 10 cm., divídese un dos seus diámetros en dúas partes que se toman como diámetros de dúas circunferencias tanxentes interiores a ela. ¿Que lonxitude debe ter cada un destes dous diámetros para que sexa máxima a área delimitada polas tres circunferencias (rexión sombreada)?



- 4.a) Define función derivable nun punto. Calcula, se existen, os valores de a e b , para que sexa derivable a función $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{e^x} & \text{se } x < 0 \\ x^2 + ax + b & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$
- b) Define integral indefinida dunha función. Calcula $\int x^2 \cos x dx$